

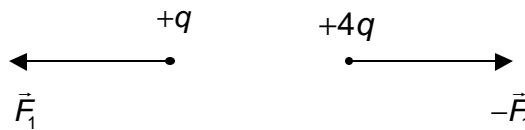
1. FUERZA ELÉCTRICA

PROBLEMA 1. Dos cargas puntuales de magnitudes $+q$ y $+4q$, se encuentran separadas a una distancia ℓ . Una tercera carga se coloca de tal manera, que las cargas quedan en equilibrio por efecto sólo de fuerzas eléctricas.

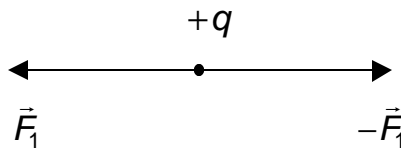
- (a) Encontrar la ubicación, magnitud y signo de la tercera carga.
- (b) Examinar si acaso el equilibrio es estable.

SOLUCIÓN

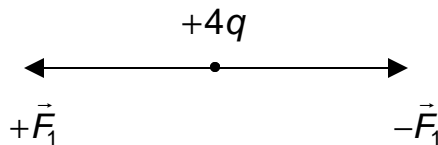
(a) Las fuerzas entre las cargas $+q$ y $+4q$ son un par de acción – reacción como se indica en el diagrama.



Para lograr el equilibrio de $+q$ se requiere aplicarle una fuerza adicional del valor $-\vec{F}_1$, de modo que la fuerza neta sobre ella sea nula.

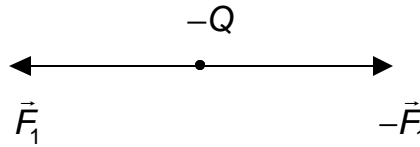


Análogamente, para lograr el equilibrio de $+4q$ se requiere aplicarle una fuerza adicional del valor $+\vec{F}_1$.

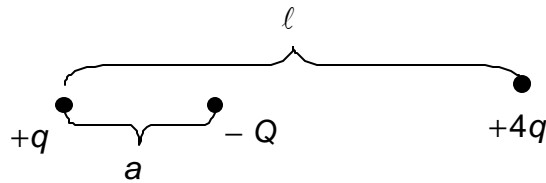


Los dos requerimientos anteriores pueden lograrse con una carga negativa ubicada entre las cargas $+q$ y $+4q$, ya que ambas serán atraídas por una carga negativa. A su vez, la carga negativa será atraída por las cargas $+q$ y $+4q$, con fuerzas de valor $+\vec{F}_1$ y

$-\vec{F}_1$ respectivamente, quedando en equilibrio. El siguiente diagrama muestra las fuerzas sobre la carga $-Q$:



Todas las fuerzas involucradas son de igual magnitud. La distancia entre $+q$ y $-Q$ la llamaremos a , como se indica en el diagrama siguiente :



La magnitud de la fuerza entre $+q$ y $+4q$ es : $F_1 = k_c \cdot \frac{4q^2}{l^2}$.

La magnitud de la fuerza entre $+q$ y $-Q$ es : $F_1 = k_c \cdot \frac{qQ}{a^2}$.

La magnitud de la fuerza entre $+4q$ y $-Q$ es : $F_1 = k_c \cdot \frac{4qQ}{(l-a)^2}$.

Luego, para el equilibrio de $+q$ se requiere : $k_c \cdot \frac{4q^2}{l^2} = k_c \cdot \frac{qQ}{a^2}$

y el equilibrio de $+4q$ requiere que : $k_c \cdot \frac{4q^2}{l^2} = k_c \cdot \frac{4qQ}{(l-a)^2}$.

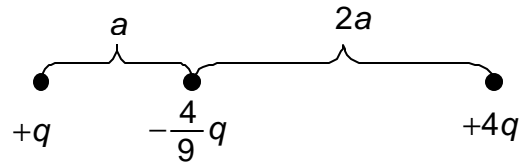
De las ecuaciones de equilibrio se obtienen las soluciones para Q y a . Puesto que el lado izquierdo de ambas ecuaciones es el mismo, igualando entre sí las expresiones del lado derecho, se obtiene $4a^2 = (l-a)^2$.

Resolviendo, se encuentra que $a = \frac{l}{3}$.

Sustituyendo el valor de a en una de las ecuaciones de equilibrio se obtiene que :

$$Q = \frac{4}{9}q .$$

Puesto que la carga buscada es de signo negativo, hemos obtenido lo siguiente:



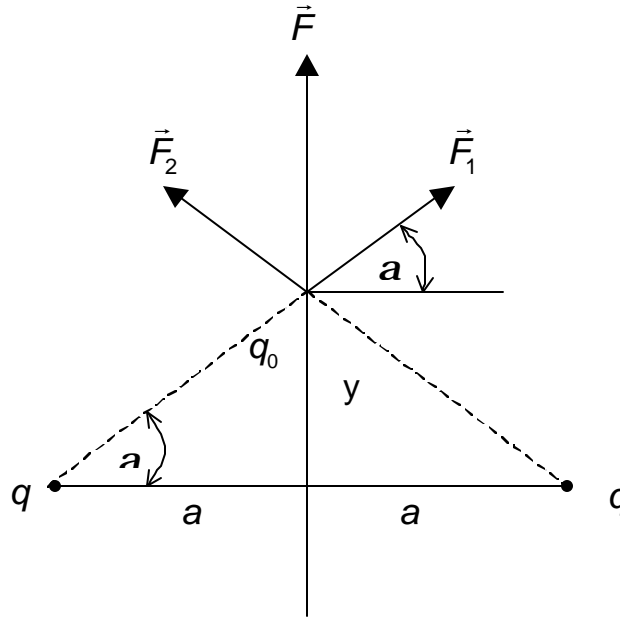
(b) Un pequeño desplazamiento de la carga $-Q$ hacia el lado derecho, hace que aumente la fuerza de atracción hacia $+4q$ y que disminuya la fuerza de atracción hacia $+q$. El resultado es una fuerza neta hacia $+4q$ que saca a la carga $-Q$ de su posición de equilibrio. Algo semejante ocurre si $-Q$ se desplaza inicialmente hacia el lado izquierdo. En consecuencia, el equilibrio de la carga $-Q$ es inestable.

PROBLEMA 2. Dos cargas puntuales positivas y de igual magnitud, están separadas una distancia $2a$. Una carga puntual de prueba se sitúa en un plano que es perpendicular a la línea que une esas cargas y simétrico respecto a ellas.

- Calcular el radio r del círculo de simetría en este plano, para el cual la fuerza sobre la carga de prueba tiene magnitud máxima.
- ¿Cuál es la dirección de esta fuerza, considerando que la carga de prueba es positiva?

SOLUCIÓN

Consideremos que las cargas son de magnitudes q y q_0 , y examinemos las fuerzas sobre q_0 .



\vec{F}_1 y \vec{F}_2 son de igual magnitud : $F_1 = F_2$.

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{a^2 + y^2} .$$

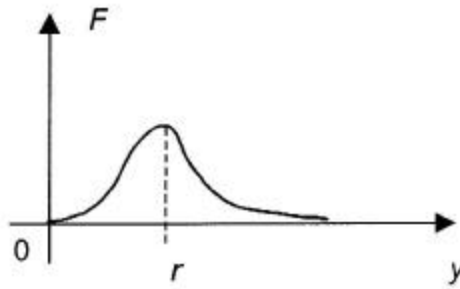
Las componentes de \vec{F}_1 y \vec{F}_2 que son perpendiculares al plano, se anulan.

Luego, $F = 2F_1 \cdot \text{sen } a$, ya que las componentes de \vec{F}_1 y \vec{F}_2 paralelas al plano se suman. Es decir,

$$F = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0 \cdot y}{(a^2 + y^2)^{3/2}} \quad \text{pues} \quad \text{sen } a = \frac{y}{(a^2 + y^2)^{1/2}} .$$

F es función de y , de acuerdo a la relación anterior.

Gráficamente :



En $y = r$, F es máximo y para encontrar el valor de r se hará $\frac{dF}{dy} = 0$. Pues-

to que:

$$\frac{dF}{dy} = \frac{q \cdot q_0}{2pe_0(a^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{\cancel{2}q \cdot q_0 \cdot y^2}{2pe_0(a^2 + y^2)^{5/2}} \cdot \left(-\frac{3}{\cancel{2}}\right),$$

debe resolverse,

$$\frac{q \cdot q_0}{2pe_0(a^2 + y^2)^{3/2}} \cdot \left(1 - \frac{3y^2}{a^2 + y^2}\right) = 0.$$

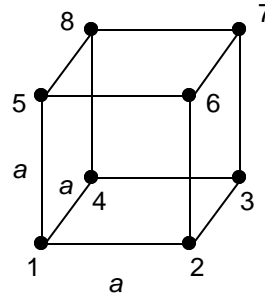
La solución buscada se obtiene de :

$$1 - \frac{3y^2}{a^2 + y^2} = 0, \quad \text{cuya solución es: } y = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Luego, el radio r es : $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

La fuerza \vec{F} es paralela al plano perpendicular a la línea que une las cargas q , según la figura al inicio de la solución presentada.

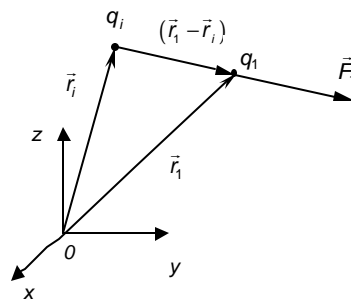
PROBLEMA 3. En cada uno de los vértices de un cubo de lado a , se coloca una carga puntual $+q$. Calcular la fuerza electrostática resultante sobre una de las cargas.



SOLUCIÓN

Observe que, en este caso, lo más adecuado es aplicar directamente la expresión vectorial :

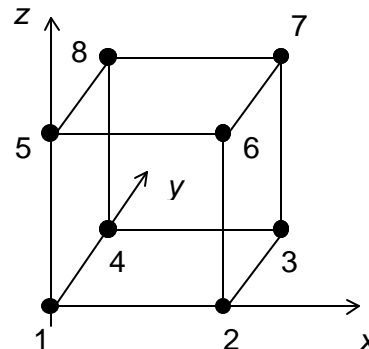
$$\vec{F}_{1i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_i \cdot q_1}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_i\|^3} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_i),$$



para la fuerza producida por la partícula i sobre la partícula 1. En tal expresión \vec{r}_1 y \vec{r}_i son los vectores posición de las cargas 1 e i respectivamente. Aplicando el principio de superposición, la fuerza resultante sobre la carga 1 será igual a :

$$\vec{F}_1 = \sum_{i=2}^8 \vec{F}_{1i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{i=2}^8 \frac{q_i \cdot q_1}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_i\|^3} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_i)$$

Indudablemente, el resultado no dependerá del sistema de coordenadas utilizado, por lo que podemos elegir uno que simplifique lo más posible los cálculos; así por ejemplo, podemos ubicar el origen del sistema en la carga 1 y los ejes coincidiendo con los lados del cubo, como se indica en la figura.



En este sistema los vectores posición son:

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= 0 & \vec{r}_5 &= a \hat{k} \\ \vec{r}_2 &= a \hat{i} & \vec{r}_6 &= a \hat{i} + a \hat{k} \\ \vec{r}_3 &= a \hat{i} + a \hat{j} & \vec{r}_7 &= a \hat{i} + a \hat{j} + a \hat{k} \\ \vec{r}_4 &= a \hat{j} & \vec{r}_8 &= a \hat{j} + a \hat{k}\end{aligned}$$

Reemplazando estos valores, la expresión para la fuerza se reduce a :

$$\vec{F}_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left\{ \frac{-a\hat{i}}{a^3} + \frac{-a\hat{i}-a\hat{j}}{(\sqrt{2}a)^3} + \frac{-a\hat{j}}{a^3} + \frac{-a\hat{k}}{a^3} + \frac{-a\hat{i}-a\hat{k}}{(\sqrt{2}a)^3} + \frac{-a\hat{i}-a\hat{j}-a\hat{k}}{(\sqrt{3}a)^3} + \frac{-a\hat{j}-a\hat{k}}{(\sqrt{2}a)^3} \right\}$$

Factorizando $(1/a^2)$ y agrupando los coeficientes de los vectores unitarios, obtenemos la expresión :

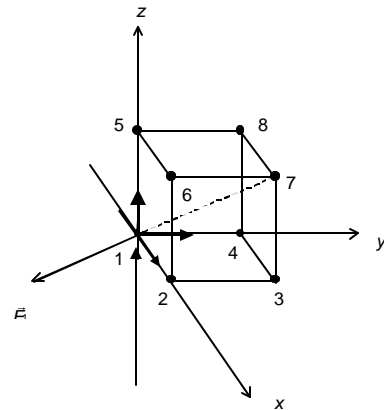
$$\vec{F}_1 = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left\{ \hat{i} \left(1 + \frac{2}{(\sqrt{2})^3} + \frac{1}{(\sqrt{3})^3} \right) + \hat{j} \left(1 + \frac{2}{(\sqrt{2})^3} + \frac{1}{(\sqrt{3})^3} \right) + \hat{k} \left(1 + \frac{2}{(\sqrt{2})^3} + \frac{1}{(\sqrt{3})^3} \right) \right\}$$

El factor numérico $\left(1 + 2/(\sqrt{2})^3 + 1/(\sqrt{3})^3 \right)$ es aproximadamente igual a 1,900 . Esto nos da una expresión para \vec{F}_1 :

$$\vec{F}_1 = -0,151 \frac{q^2}{\epsilon_0 a^2} (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) .$$

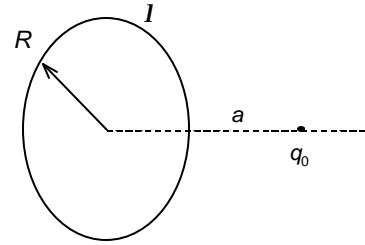
Obsérvese que el vector está dirigido a lo largo de la diagonal del cubo y que su magnitud es igual a :

$$\|\vec{F}_1\| = 0,151 \frac{q^2}{\epsilon_0 a^2} \cdot \sqrt{3} = 0,262 \frac{q^2}{\epsilon_0 a^2} .$$

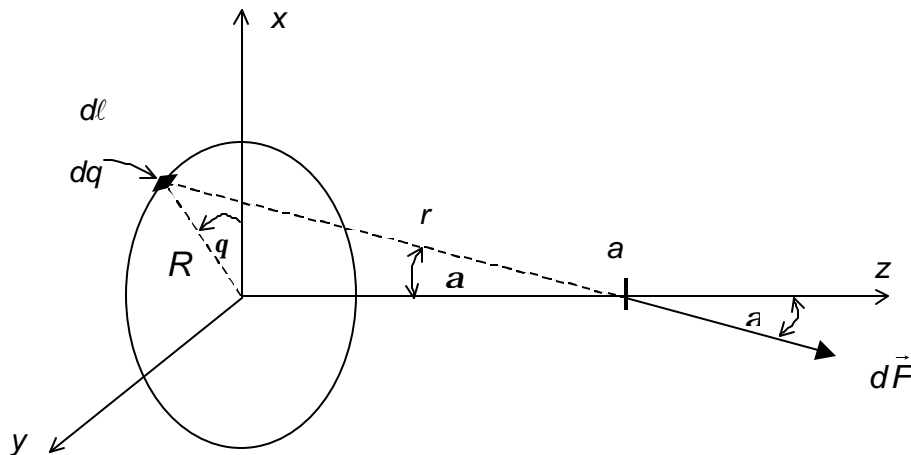


Examinar la posibilidad de resolver este problema mediante otros métodos.

PROBLEMA 4. Determinar la fuerza eléctrica sobre la carga puntual q_0 de la figura, que se encuentra en el eje de un anillo de radio R y carga total Q distribuida uniformemente.



SOLUCIÓN



El elemento de carga dq produce una fuerza $d\vec{F}$ de magnitud :

$$dF = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} .$$

$d\vec{F}$ tiene componentes dF_x , dF_y y dF_z ; sin embargo la fuerza resultante sólo tiene componente F_z , ya que $F_x = F_y = 0$ en virtud de la simetría del anillo en relación a la ubicación de q_0 , y a la elección del sistema de coordenadas.

$$dF_z = dF \cos \alpha = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \cdot \frac{a}{r} ,$$

además :
$$dq = I \cdot d\ell = \frac{Q}{2\pi R} \cdot R dq = \frac{Q}{2\pi} \cdot dq .$$

Luego, la única variable involucrada en dF_z es q , ya que r, Q, q_0, a y ϵ_0 son constantes.

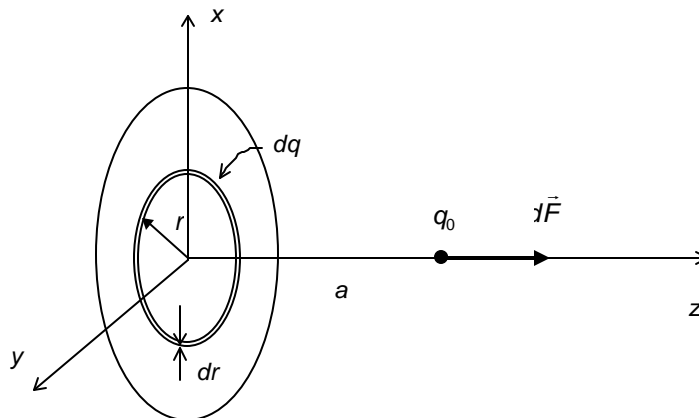
Entonces, $F_z = \frac{q_0 Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{a}{2\pi r^3} \cdot \int_0^{2\pi} dq = \frac{q_0 Q a}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Puesto que $r^2 = R^2 + a^2$, el resultado queda :

$$F_z = \frac{q_0 Q a}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + a^2)^{3/2}}.$$

PROBLEMA 5. En el problema anterior, reemplazar el anillo cargado por un disco cargado uniformemente, con carga total Q y de radio R . Hallar la fuerza sobre una carga puntual q_0 colocada sobre el eje del anillo.

SOLUCIÓN

El disco puede considerarse formado por una infinidad de anillos muy delgados, de diferentes radios. Esto permite aprovechar el resultado anterior, utilizándose como punto de partida, después de hacer algunos cambios en la notación :



El anillo de radio r , ancho dr y carga dq produce sobre q_0 una fuerza $d\vec{F}$ que solamente tiene componente en dirección z , y de acuerdo al resultado anterior es:

$$dF_z = \frac{q_0 \cdot a \cdot dq}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + a^2)^{3/2}}$$

con $dq = s dA = \left(\frac{Q}{\pi R^2}\right) \cdot 2\pi r dr$.

La fuerza que ejerce el disco se encuentra como una superposición de las contribuciones de todos los anillos.

$$F_z = \frac{q_0 \cdot a}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q}{\pi R^2} \right) \cdot 2\pi \cdot \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + a^2)^{3/2}},$$

con $r^2 + a^2 = m$ y $dm = 2r dr$.

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{q_0 \cdot a \cdot s}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_{m_i}^{m_s} \frac{dm}{m^{3/2}} = \frac{q_0 \cdot a \cdot s}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{m^{1/2}} \Bigg|_{m_s}^{m_i} \\ &= \frac{q_0 \cdot a \cdot s}{2\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right) \end{aligned}$$

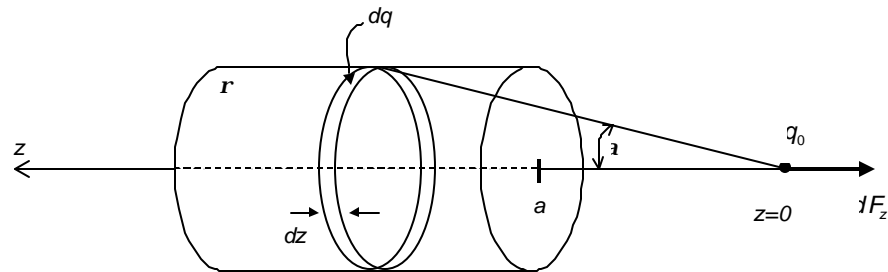
Un caso particularmente interesante del resultado recién encontrado, es aquel que ocurre cuando $R \gg a$. Entonces:

$$F_z \simeq \frac{q_0 s}{2\epsilon_0}.$$

La carga q_0 ubicada tan cerca del disco ($R \gg a$) "ve" a este último como un inmenso plano (plano infinito), ya que este resultado es el mismo que se obtiene para un plano infinito, por integración directa. Lo anterior puede verificarse considerando al plano como un conjunto de líneas infinitas e integrando, usando los resultados conocidos para la línea infinita.

PROBLEMA 6. Encontrar la fuerza ejercida sobre q_0 , por un cilindro macizo de carga total Q , radio R y largo L , siendo q_0 una carga puntual ubicada sobre el eje del cilindro, a una distancia a de uno de sus extremos. Considerar que Q se distribuye uniformemente sobre el cilindro.

SOLUCIÓN



El cilindro macizo puede considerarse formado por una infinidad de discos de radio R , ancho dz y carga dq .

De acuerdo al problema anterior, la fuerza ejercida por un disco de radio R y carga Q sobre q_0 ubicada en el eje a a una distancia z es:

$$F_z = \frac{q_0}{2\epsilon_0} \cdot \underbrace{\left(\frac{Q}{\rho R^2} \right)}_s \cdot \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right),$$

donde se ha puesto $s = Q/\rho R^2$.

En consecuencia, uno de los discos que forman el cilindro macizo produce sobre q_0 una fuerza dF_z dada por:

$$dF_z = \frac{-q_0}{2\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{\rho R^2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

donde $dq = \rho \cdot dV = \rho \cdot \pi R^2 dz$.

Luego,

$$dF_z = \frac{-q_0 \rho}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) dz$$

Integrando :

$$F_z = \frac{-q_0 r}{2e_0} \int_a^{a+L} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) dz$$

con $z^2 + R^2 = u$; $du = 2zdz$ y

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{-q_0 r}{2e_0} \left(L + \cancel{z} - \cancel{z} - \frac{1}{2} \int_{u_i}^{u_s} \frac{du}{u^{1/2}} \right) \\ &= \frac{-q_0 r}{2e_0} \left(L - \frac{1}{2} \cancel{z} u^{1/2} \Big|_{u_i}^{u_s} \right) \\ &= \frac{-q_0 r}{2e_0} \left(L - \sqrt{(L+a)^2 + R^2} + \sqrt{a^2 + R^2} \right) \\ &= \frac{-q_0 r}{2e_0} \left(L + \sqrt{a^2 + R^2} - \sqrt{(L+a)^2 + R^2} \right) \end{aligned}$$

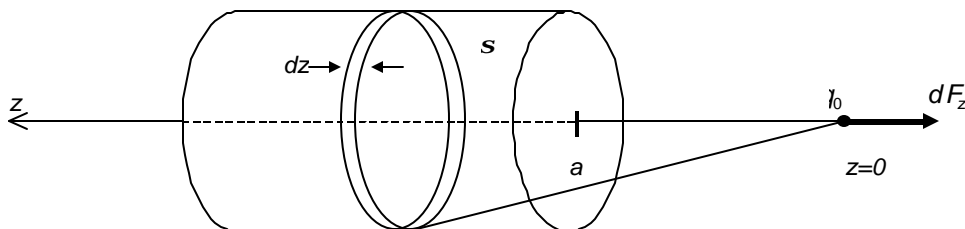
Puede verificarse que la cantidad entre paréntesis es siempre positiva y, por lo tanto, \vec{F} apunta en la dirección $-z$ cuando q_0 y r son positivos.

Además ,

$$r = \frac{Q}{pR^2L} .$$

PROBLEMA 7. Determinar la fuerza sobre una carga puntual q_0 , ejercida por un cilindro hueco cargado uniformemente sobre su superficie con una carga total Q . El cilindro tiene radio R y largo L , y la carga q_0 está en el eje del cilindro a una distancia a de uno de sus extremos.

SOLUCIÓN



El cilindro hueco se puede considerar como un conjunto de anillos de igual radio R y de ancho dz , conteniendo cada uno de ellos una carga dq .

De acuerdo a los resultados obtenidos para la fuerza que un anillo ejerce sobre q_0 , se tiene que :

$$F_z = - \frac{q_0 \cdot Q \cdot z}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}},$$

donde Q es la carga del anillo, R su radio y z la distancia entre el anillo y la carga q_0 , medida sobre el eje.

Entonces, dF_z en este caso es :

$$dF_z = - \frac{q_0 z dq}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad \text{con } dq = s dA = s \cdot 2\pi R dz.$$

Luego :

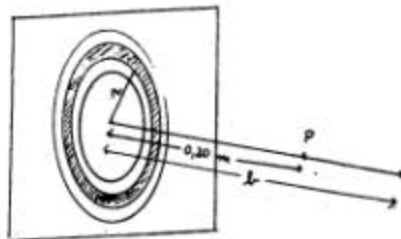
$$F_z = - \frac{q_0 \cancel{2\pi} R s}{4\pi\epsilon_0 \cdot \cancel{z}} \int_a^{L+a} \frac{2z dz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Finalmente :

$$F_z = - \frac{q_0 R s}{2\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{L+a}} \right), \quad \text{sustituyendo } s = \frac{Q}{2\pi R L},$$

$$F_z = - \frac{Q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 L} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{L+a}} \right).$$

PROBLEMA 8. Un plano infinito que tiene un agujero circular de radio $R = 0,50[m]$, está cargado con densidad superficial de carga $s = 2,0 \cdot 10^{-6} [C/m^2]$. En el punto P , situado a $20[cm]$ del centro del agujero, se encuentra fija una partícula de carga $q = -3,0 \cdot 10^{-7} [C]$.



¿En qué punto sobre el eje x habrá que colocar una partícula de carga $q' = 2,0 \cdot 10^{-6} [C]$ para que permanezca en equilibrio?

SOLUCIÓN

La carga puntiforme $q' = 2,0 \cdot 10^{-6} [C]$ no podrá encontrarse en equilibrio en ningún punto de la porción del eje x comprendido entre el plano y el punto P . El punto pedido deberá encontrarse más allá del punto P .

Para que la partícula de carga q' esté en equilibrio se debe cumplir que :

$$\|\vec{F}_{q'q}\| = \|\vec{F}_{q' \text{ debida al plano}}\|.$$

Cálculo de la fuerza sobre q' debida al plano

Consideremos el plano como la suma de elementos diferenciales en forma de anillo.

La fuerza que ejerce un anillo con carga total Q sobre una carga puntual q' está dada por (ver PROBLEMA 4) :

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Qq' \cdot b}{(r^2 + b^2)^{3/2}},$$

donde b es la distancia desde el centro del anillo a la carga y r es el radio del anillo considerado.

La fuerza que ejerce un anillo diferencial de carga dQ será:

$$dF_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dQ \cdot q' \cdot b}{(r^2 + b^2)^{3/2}}, \text{ con } dQ = s dA = s \cdot 2\pi r dr,$$

$$\text{luego } dF_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q' \cdot b \cdot s \cdot 2\pi r dr}{(r^2 + b^2)^{3/2}} .$$

La fuerza que ejerce el plano agujereado se obtiene integrando la expresión anterior :

$$F_x = \int dF_x = \int_R^\infty \frac{bq's}{4\epsilon_0} \cdot \frac{2r dr}{(r^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{bq's}{2\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + b^2}} \quad (1)$$

Para $R = 0$ este resultado corresponde a la fuerza ejercida sobre q' por un plano infinito, sin agujero, tal como se encontró en el PROBLEMA 5 :

$$F_x = \frac{sq'}{2\epsilon_0} .$$

La fuerza sobre q' debido a la carga q tiene dirección opuesta a la anterior, y es de magnitud :

$$F_{q'/q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{(b-0,20)^2} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) se obtiene la condición para que la carga q' permanezca en equilibrio.

Entonces,

$$\begin{aligned} \frac{sq'b}{2\epsilon_0\sqrt{R^2 + b^2}} &= \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0(b-0,20)^2} \\ \frac{s^2 b^2}{R^2 + b^2} &= \frac{q^2}{4\pi^2(b-0,20)^4} \\ \frac{q^2}{4\pi^2 s^2} (R^2 + b^2) &= b^2 (b-0,20)^4 , \end{aligned}$$

Esta ecuación se debe resolver numéricamente. Un método muy sencillo consiste en hacer una tabla de valores para cada lado de la ecuación, variando el valor de b . El valor real de b , para el cual ambos lados dan el mismo resultado, es la solución buscada. Esto requiere una calculadora o una planilla de cálculo.

PROBLEMA 9. Un electrón se suelta en el centro de un anillo de $5,0[cm]$ de radio, cargado con densidad uniforme de carga $I = -8,0[nC/m]$. ¿Con qué velocidad pasa el electrón por un punto sobre el eje, a $8,0[cm]$ del centro?

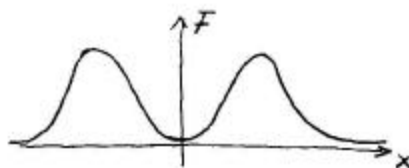
SOLUCIÓN

El electrón es repelido por el anillo cargado negativamente. La fuerza eléctrica sobre el electrón, cuando está justo al centro del anillo, es **cero** (¿porqué?). Al sacar ligeramente al electrón del centro del anillo, inmediatamente comienza a actuar la repulsión.

Observe que la fuerza eléctrica no es capaz de sacar al electrón del centro del anillo, ya que esa es una posición de equilibrio; sin embargo, el equilibrio es inestable ya que basta una pequeña perturbación que mueva al electrón sobre el eje para que éste comience a acelerar.

De acuerdo a resultados anteriores (ver PROBLEMA 4), la fuerza de una carga q_0 , ubicada en el eje de un anillo de radio R y carga Q , a una distancia x de su centro, está dirigida a lo largo del eje, y tiene magnitud:

$$F = \frac{q_0 Q x}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$



Supondremos que la perturbación que saca al electrón de la posición $x = 0$, le comunica a éste una energía cinética despreciable.

En consecuencia, toda su energía cinética en una posición dada, es la que le ha impreso la fuerza eléctrica \vec{F} , al hacer trabajo mecánico sobre el electrón; es decir,

$$\Delta K = W_F$$

Considerando que \vec{F} es una fuerza variable y que el electrón se mueve a lo largo del eje x , W_F se calcula según :

$$W_F = \int_0^{x_0} F(x) dx$$

es decir :

$$W_F = \int_0^{x_0} \frac{q_0 Q x dx}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{q_0 Q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right]$$

además :

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m V^2 - 0$$

Luego,

$$\frac{1}{2} m V^2 = \frac{q_0 Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right)$$

Despejando V y reemplazando los valores numéricos :

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 [Nm^2/C^2] ; \quad R = 5,0 \cdot 10^{-2} [m] ; \quad x_0 = 8,0 \cdot 10^{-2} [m] ;$$

$$\frac{q_0}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} [C/Kg] ; \quad I = \frac{Q}{2\pi R} = 8,0 \cdot 10^{-9} [C/m] ,$$

todos ellos en unidades del sistema MKS, resulta :

$$V = \sqrt{\frac{I}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q_0}{m} \right) \left(1 - \frac{R}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right)} = 8,7 \cdot 10^6 [m/s] .$$

La velocidad encontrada es del orden de un centésimo de la velocidad de la luz.
